

Вступительная работа по математике в 7 класс. 18 марта 2024 г.

1 вариант

Таблица ответов

1	2	3	4	5	6	7	8
$\frac{4}{3}$	112	-3,1	0,3	24	60	$-\frac{15}{11}$	4
9	10	11	12	13	14	15	16
12	243	45	56	10	6	48	96

Задачи, оцениваемые в 1 балл

1. Выполните действия:

$$\left(14 - 2\frac{11}{12} \cdot \frac{18}{7}\right) : 4\frac{7}{8}.$$

Решение. $2\frac{11}{12} \cdot \frac{18}{7} = \frac{35}{12} \cdot \frac{18}{7} = \frac{15}{2}$; $14 - \frac{15}{2} = \frac{13}{2}$; $\frac{13}{2} : 4\frac{7}{8} = \frac{13}{2} : \frac{39}{8} = \frac{4}{3}$.

Ответ: $\frac{4}{3}$.

2. Дима собирает модели самолётов. Их можно расставить поровну на 14 полках, а можно, тоже поровну, на 8 полках. Сколько моделей у Димы, если их больше 100, но меньше 120?

Решение. Число моделей кратно $7 \cdot 8 = 56$, поэтому у Димы $56 \cdot 2 = 112$ моделей.

Ответ: 112.

3. Найдите значение выражения:

$$(-3,25 - (-1,75)) : (-0,6) + 0,8 \cdot (-7).$$

Решение. $(-3,25 - 1,75) : (-0,6) + 0,8 \cdot (-7) =$
 $= (-3,25 + 1,75) : (-0,6) - 5,6 = -1,5 : (-0,6) - 5,6 = 2,5 - 5,6 = -3,1.$

Ответ: -3,1.

4. В коробке лежат 20 карточек, пронумерованных числами от 1 до 20. Какова вероятность того, что на вынутой наугад карточке будет записано число, кратное 3?

Решение. Возможных исходов – 20, благоприятных – 6 (3, 6, 9, 12, 15, 18), искомая вероятность равна $\frac{6}{20} = 0,3$.

Ответ: 0,3.

5. В двух грузовых вагонах было поровну угля. Когда из первого вагона выгрузили 12 т угля, а из второго – 22 т, то в первом вагоне осталось в 6 раз больше угля, чем во втором. Сколько тонн угля было в первом вагоне вначале?

Решение. Пусть в каждом из вагонов изначально было x т угля. В первом вагоне осталось $(x - 12)$ т, во втором – $(x - 22)$ т, значит,

$$x - 12 = 6(x - 22), \text{ откуда } x = 24 \text{ т.}$$

Ответ: 24.

6. Баскетболом занимаются 48 человек. Количество человек, занимающихся волейболом, составляет $\frac{7}{8}$ количества занимающихся баскетболом и 70% количества занимающихся футболом. Сколько человек занимаются футболом?

Решение. Волейболом занимаются $48 \cdot \frac{7}{8} = 42$ человека, что составляет 70% от количества людей, занимающихся футболом., поэтому футболистов всего $\frac{42 \cdot 100}{70} = 60$.

Ответ: 60.

7. Решите уравнение: $\frac{x+3}{3} = \frac{3-x}{8}$.

Решение. $\frac{x+3}{3} = \frac{3-x}{8}$; $8x + 24 = 9 - 3x$; $11x = -15$; $x = -\frac{15}{11}$.

Ответ: $-\frac{15}{11}$.

8. Сколько натуральных чисел расположено на координатной прямой между числами $-4,2$ и $4,8$?

Решение. 4 числа: 1, 2, 3, 4.

Ответ: 4.

Задачи, оцениваемые в 2 балла

9. Пятеро ребят стоят в ряд и держат воздушные шары. У ребят, стоящих справа от Бори, 14 шариков, справа от Вовы – 32 шарика, справа от Кати – 20 шариков, а справа от Антона – 8 шариков. Сколько шариков держит Катя?

Решение. Так как правее Антона находится меньше всего шариков – 8, то правее него стоит пятый из ребят (без имени). Тогда левее Антона стоит Боря, далее – Катя и Вова. При этом у инкогнито 8 шариков, у Антона – 6, у Бори – 6, а у Кати – 12.

Ответ: 12.

10. Сколько трёхзначных чисел имеют ровно 2 различные цифры?

Решение. Все искомые числа можно записать в виде \overline{aab} , \overline{aba} и \overline{baa} , где $a \neq b$. В первых двух случаях a принимает любое значение от 1 до 9, а b – любое значение от 0 до 9, исключая a . В третьем случае b принимает любое

значение от 1 до 9, а a – любое значение от 0 до 9, исключая b . Всего имеем $3 \cdot 9 \cdot 9 = 243$ варианта.

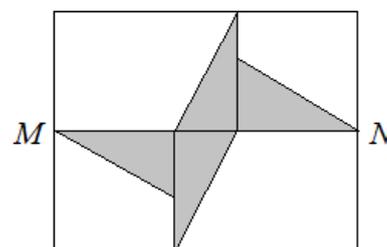
Ответ: 243.

11. Для каждого двузначного числа из цифры десятков вычли цифру единиц (из числа 25 получилось число -3 , из числа 81 получилось число 7) и все получившиеся результаты сложили. Какой получилась сумма?

Решение. Разобьём все числа вида \overline{xu} , где $u \neq 0$, на пары, состоящие из чисел \overline{xu} , \overline{ux} . В искомую сумму они дадут два слагаемых: $x - u$ и $u - x$, которые при сложении дают 0. Осталось рассмотреть только числа 10, 20, ..., 90. Их «вклад» в искомую сумму: $(1 - 0) + (2 - 0) + \dots + (9 - 0) = 45$.

Ответ: 45.

12. Внутри прямоугольника 28×30 расположены 4 одинаковых прямоугольных треугольника (см. рис.). M и N – середины сторон прямоугольника. Найдите площадь закрашенной фигуры.



Решение. Один из катетов прямоугольного треугольника равен половине меньшей стороны прямоугольника, то есть 14. Второй катет – равен $30 - 2 \cdot 14 = 2$. Из четырёх закрашенных треугольников можно составить два прямоугольника со сторонами 14 и 2. Следовательно, площадь закрашенной фигуры равна $2 \cdot 14 \cdot 2 = 56$.

Ответ: 56.

13. У Саши на трёх карточках написаны различные двузначные числа. Он составил из этих карточек всевозможные шестизначные числа и вычислил их сумму – 2222220. Какое число написано на третьей карточке, если на первых двух написаны числа 12 и 88?

Решение. Если на третьей карточке написано число x , то

$$2 \cdot 10101 \cdot (12 + 88 + x) = 2222220,$$

откуда $x = 10$.

Ответ: 10.

14. Запишем число $\frac{1}{5^{2024}}$ в виде десятичной дроби. Какой будет последняя цифра?

Решение. Искомая цифра будет совпадать с последней цифрой числа $\frac{10^{2024}}{5^{2024}} = 2^{2024}$. При возведении числа 2 в последовательные натуральные степени в качестве последней цифры мы будем получать 2, 4, 8, 6, 2, 4, ... Последняя цифра степени образует цикл длины 4, следовательно, искомая цифра – 6 ($2024 = 506 \cdot 4$).

Ответ: 6.

15. Петя выписал на доску 5 натуральных (не обязательно различных) чисел и вычислил всевозможные попарные суммы этих чисел. Получилось всего три различных значения: 57, 70 и 83. Какое наибольшее число написал на доске Петя?

Решение. Пусть эти числа $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4 \leq a_5$.

Очевидно, что $a_1 + a_2 = 57$, $a_4 + a_5 = 83$. Так как числа 57 и 83 – нечётные, то $a_1 \neq a_2$ и $a_4 \neq a_5$, следовательно, $a_1 < a_2 \leq a_3 \leq a_4 < a_5$. Так как всевозможных попарных сумм всего 3, значит, $a_2 = a_3 = a_4$, откуда $a_2 = a_3 = a_4 = 35$ ($a_2 + a_3 = 70$). Таким образом, $a_5 = 48$.

Ответ: 48.

16. В поезде, состоящем из 18 вагонов, едут 700 пассажиров. В любых пяти последовательных вагонах едут 199 пассажиров. Сколько пассажиров едет в двух средних вагонах поезда (в 9-м и 10-м)?

Решение. В первых десяти вагонах едут 398 пассажиров, в последних десяти вагонах – также 398 пассажиров. При этом пассажиров всех вагонов (кроме 9-го и 10-го) мы сосчитали по одному разу, а пассажиров 9-го и 10-го вагонов учли по два раза. Это означает, что в двух средних вагонах едут $2 \cdot 398 - 700 = 96$ пассажиров.

Ответ: 96.

Вступительная работа по математике в 7 класс. 18 марта 2024 г.

2 вариант

Таблица ответов

1	2	3	4	5	6	7	8
$\frac{3}{2}$	135	1,95	0,24	32	33	$\frac{2}{7}$	3
9	10	11	12	13	14	15	16
24	243	-45	24	4	8	5	45

Задачи, оцениваемые в 1 балл

1. Выполните действия:

$$\left(10 - 1\frac{17}{27} \cdot \frac{45}{22}\right) : 4\frac{4}{9}.$$

Ответ: $\frac{3}{2}$.

2. Катя собирает фигурки лошадей. Их можно расставить поровну на 9 полках, а можно, тоже поровну, на 15 полках. Сколько фигурок у Кати, если их больше 110, но меньше 140?

Ответ: 135.

3. Найдите значение выражения:

$$(-1,42 - (-3,22)) : (-0,8) + (-0,7) \cdot (-6).$$

Ответ: 1,95.

4. В коробке лежат 25 карточек, пронумерованных числами от 1 до 25. Какова вероятность того, что на вынутой наугад карточке будет записано число, кратное 4?

Ответ: 0,24.

5. На двух озёрах было поровну уток. Когда с первого озера улетели 29 уток, а со второго – 11 уток, то на первом озере осталось в 7 раз меньше уток, чем на втором. Сколько уток было на втором озере вначале?

Ответ: 32.

6. В парке растут 40 берёз. Количество каштанов, растущих в этом парке, составляет 45% количества растущих в нём берёз и $\frac{6}{11}$ количества растущих в нём дубов. Сколько дубов растёт в парке?

Ответ: 33.

7. Решите уравнение: $\frac{6-x}{10} = \frac{x+2}{4}$.

Ответ: $\frac{2}{7}$.

8. Сколько натуральных чисел расположено на координатной прямой между числами $-5,1$ и $3,7$?

Ответ: 3.

Задачи, оцениваемые в 2 балла

9. Пятеро ребят – участников математической олимпиады – выстроились в ряд для награждения. Ребята, стоящие левее Светы, набрали вместе 31 балл, левее Алёши – 12 баллов, левее Жени – 63, а левее Гриши – 39. Сколько баллов набрал Гриша?

Ответ: 24.

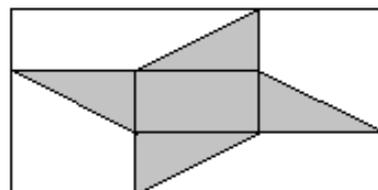
10. Сколько трёхзначных чисел имеют ровно 2 одинаковые цифры?

Ответ: 243.

11. Для каждого двузначного числа из цифры единиц вычли цифру десятков (из числа 25 получилось число 3, из числа 81 получилось число -7) и все получившиеся результаты сложили. Какой получилась сумма?

Ответ: -45 .

12. Внутри прямоугольника 6×12 расположена закрашенная фигура, состоящая из прямоугольника и четырёх одинаковых прямоугольных треугольников. Найдите площадь этой фигуры.



Ответ: 24.

13. У Юли на четырёх карточках написаны различные однозначные числа. Она составила из них всевозможные четырёхзначные числа и вычислила их сумму – 113322. Какое число написано на четвёртой карточке, если на первых трёх написаны числа 2, 3 и 8?

Ответ: 4.

14. Запишем число $\frac{2}{5^{146}}$ в виде десятичной дроби. Какой будет последняя цифра?

Ответ: 8.

15. Федя выписал на доску 5 натуральных (не обязательно различных) чисел и вычислил всевозможные попарные суммы этих чисел. Получилось всего три различных значения: 45, 80 и 95. Какое наименьшее число написал на доске Федя?

Ответ: 5.

16. На складе в ряд выложены 21 ящик, в которых имеется 355 кг яблок. В любых шести подряд стоящих ящиках хранятся 100 кг яблок. Сколько кг яблок лежат в трёх средних ящиках (10-м, 11-м и 12-м)?

Ответ: 45.